АЛГЕБРЫ БИНАРНЫХ ИЗОЛИРУЮЩИХ ФОРМУЛ ДЛЯ ДЕКАРТОВЫХ И ТЕНЗОРНЫЗ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ГРАФОВ ЗВЕЗД

Д.Ю. Емельянов

ИМ СО РАН, проспект ак. Коптюга, 4, 630090, Новосибирск, Россия
e-mail: dima-pavlyk@mail.ru

Определение 1. *Декартово произведение* или *прямое произведение* $G \times H$ графов G и H — это граф, такой, что множество вершин графа $G \times H$ — это прямое произведение $V(G) \times V(H)$, а любые две вершины (u, u') и (v, v') смежны в $G \times H$ тогда и только тогда, когда либо $u = v$ и u' смежна с v' в H, либо $u' = v'$ и u смежна с v в G.

Определение 2. *Тензорное произведение* $G \times H$ графов G и H это граф, множество вершин которого есть декартово произведение $V(G) \times V(H)$, причем различные вершины (u, u') и (v, v') смежных в $G \times H$ тогда, когда u смежна с v и u' смежна с v'.

В работе рассмотрены операции умножения графов звезд между собой. В этой работе исследовали декартово и тензорное произведение для графов звезд. Получены таблицы Кэли для них. на их основе получен общий результат.

Алгебру для тензорного произведения графов $G \times H$ обозначим через $\mathfrak{T}\mathfrak{p}_{\mathfrak{e}}$, с метками $\{0, 1, 2, 3, \ldots, n\}$, где n — четное число, равное диаметру полученного при умножении графа. Алгебра задается следующей таблицей:

$*$	0	1	2	3	4	...	n
0	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	...	$\{n\}$
1	{1}	{0,2}	{1,3}	{0,2}	{1,3,5}	...	$\{1,3,5, \ldots \ldots, n-1\}$
2	{2}	{1,3}	{0,2,4}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	...	$\{0,2,4, \ldots \ldots, n\}$
3	{3}	{0,2}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	$\{1,3,5, \ldots \ldots, n-1\}$	...	$\{1,3,5, \ldots \ldots, n-1\}$
4	{4}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	{1,3,5, ..., n-1}	$\{0,2,4, \ldots \ldots, n\}$	...	$\{0,2,4, \ldots \ldots, n\}$
...	...	...	...	...	...	...	...
n	$\{n\}$	{1,3,5, ..., n-1}	{0,2,4,..., n}	{1,3,5, ..., n-1}	$\{0,2,4, \ldots \ldots, n\}$	...	$\{0,2,4, \ldots \ldots, n\}$

Алгебру для тензорного произведения графов $G \times H$ обозначим через $\mathfrak{T}\mathfrak{p}_{\mathfrak{o}}$, с метками $\{0, 1, 2, 3, \ldots, n\}$, где n — нечетное число, равное диаметру полученного при умножении графа. Алгебра задается следующей таблицей:

$*$	0	1	2	3	4	...	n
0	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	...	$\{n\}$
1	{1}	{0,2}	{1,3}	{0,2}	{1,3,5}	...	{0,2,4,..., ..., n}
2	{2}	{1,3}	{0,2,4}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	...	{1,3,5, ..., $n-1$}
3	{3}	{0,2}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	{1,3,5, ..., $n-1$}	...	{0,2,4,... ..., n}
4	{4}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	{1,3,5, ..., n-1}	{0,2,4,... ..., n}	...	{1,3,5, ..., $n-1$}
...	...	...	...	...	...	...	...
n	$\{n\}$	{0,2,4,..., n}	{1,3,5, ..., n-1}	{0,2,4,..., n}	{1,3,5, ..., ..., $n-1$}	...	{0,2,4,... ..., n}

Теорема 3. *Если T — теория декартового произведения графов звезд друг на друга, $\mathfrak{B}$ — алгебра бинарных изолирующих формул теории T, то алгебра $\mathfrak{B}$ задается одной из следующих алгебр: $\mathfrak{T}\mathfrak{p}_{\mathfrak{e}}$, $\mathfrak{T}\mathfrak{p}_{\mathfrak{o}}$.*

Теорема 4. *Если T — теория тензорного произведения графов звезд друг на друга, $\mathfrak{B}$ — алгебра бинарных изолирующих формул теории T, то алгебра $\mathfrak{B}$ задается ровно одной из следующих алгебр: $\mathfrak{T}\mathfrak{p}_{\mathfrak{e}}$, $\mathfrak{T}\mathfrak{p}_{\mathfrak{o}}$.*

Видим, что алгебры для произведений будут изоморфны.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С.Л. Соболева, проект № FWNF-2022-0012.