

Структура и автоморфизмы некоторых циклических расширений свободных групп

Шапорина Е.А.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

Новосибирск, Россия

grambergea@gmail.com

В представленной работе мы изучаем группы внешних автоморфизмов циклических расширений свободной группы. На данный момент получены следующие интересные результаты, связанные с изучением такого объекта.

Например, О. Богопольский, А. Мартино и Э. Вентура [1] начали изучение группы внешних автоморфизмов циклического расширения свободной группы и получили описание группы внешних автоморфизмов всех циклических расширений свободной группы ранга 2

$$M_\varphi = \mathbb{F}_2 \rtimes_\varphi \mathbb{Z},$$

где $\mathbb{Z}$ действует на $\mathbb{F}_2$ сопряжением так, как действует $\varphi \in \text{Aut}(\mathbb{F}_2)$ - автоморфизм, задающий это расширение. В теореме 1.1 [1] получено описание групп $\text{Out}(M_\varphi)$ в зависимости от вида матрицы φ^{ab} . В частности, единообразное описание получено для всех групп $\text{Out}(M_\varphi)$ с унитарной матрицей φ^{ab} , где $\varphi^{ab} \in GL_2(\mathbb{Z})$ матрица отображения, индуцированного φ на $F_n^{ab} \cong \mathbb{Z}^n$.

В 2021 году [2], методы работы [1] удалось частично адаптировать для поиска порождающих группы внешних автоморфизмов группы Герстена

$$H = \mathbb{F}_3 \rtimes \mathbb{Z} = \langle a, b, c, t \mid a^t = a, b^t = ba, c^t = ca^2 \rangle.$$

Было показано, что $\text{Out}(H) \cong (\mathbb{F}_3 \times \mathbb{Z}^3) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2)$.

В 2024 году [3] была изучена серия циклических расширений свободной группы ранга три

$$G_k = \mathbb{F}_3 \rtimes \mathbb{Z} = \langle a, b, c, t \mid a^t = a, b^t = ba^k, c^t = c \rangle, k \neq 0$$

и получено описание группы внешних автоморфизмов для данной серии с помощью методов комбинаторной теории групп и результата [4].

В представленной работе, для изучения группы внешних автоморфизмов циклического расширения свободной группы задействован кардинально новый подход.

Вместо изучения автоморфизмов напрямую, мы воспользуемся результатом Ж.Левитта [5], о том, что всякому циклическому расширению свободной группы с помощью внешнего автоморфизма конечно-го порядка можно поставить в соответствие GBS группу с нетривиальным центром (автоморфизмы которой изучены, например, в работе [6]).

Список литературы

- [1] O. V. Bogopolski, A. Martino, E. Ventura, The automorphism group of a free-by-cyclic group in rank 2, *Comm. Alg.*, 35:5, 2007, pp. 1675–1690.
- [2] Ф. А. Дудкин, Е. А. Шапорина, Автоморфизмы группы Герстена, *Сиб. матем. журн.*, 62:3, 2021, сс. 514–524
- [3] E.A. Shaporina, Automorphisms of some cyclic extensions of free groups of rank three, *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 21:2, 2024, pp. 1400–1413.
- [4] J. McCool, On basis-conjugating automorphisms of free groups, *Canad. J. Math.*, 38:6, 1986, pp. 1525–1529.
- [5] G. Levitt, Generalized Baumslag-Solitar groups: rank and finite index subgroups, *Ann. Inst. Fourier*, 65:2, 2015, pp. 725–762.
- [6] N. D. Gilbert, J Howie, V Metaftsis and E Raptis, Tree actions of automorphism groups, *Journal of Group Theory*, 1999.