

АЛГЕБРЫ БИНАРНЫХ ИЗОЛИРУЮЩИХ ФОРМУЛ ДЛЯ ДЕКАРТОВЫХ И ТЕНЗОРНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ГРАФОВ ЗВЕЗД

Д.Ю. Емельянов

ИМ СО РАН, проспект ак. Коптюга, 4, 630090, Новосибирск, Россия
e-mail: dima-pavlyk@mail.ru

Определение 1. *Декартово произведение* или *прямое произведение* $G \times H$ графов G и H — это граф, такой, что множество вершин графа $G \times H$ — это прямое произведение $V(G) \times V(H)$, а любые две вершины (u, u') и (v, v') смежны в $G \times H$ тогда и только тогда, когда либо $u = v$ и u' смежна с v' в H , либо $u' = v'$ и u смежна с v в G .

Определение 2. *Тензорное произведение* $G \times H$ графов G и H это граф, множество вершин которого есть декартово произведение $V(G) \times V(H)$, причем различные вершины (u, u') и (v, v') смежных в $G \times H$ тогда, когда u смежна с v и u' смежна с v' .

В работе рассмотрены операции умножения графов звезд между собой. В этой работе исследовали декартово и тензорное произведение для графов звезд. Получены таблицы Кэли для них. на их основе получен общий результат.

Алгебру для тензорного произведения графов $G \times H$ обозначим через $\mathfrak{Tr}_n$, с метками $\{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$, где n — четное число, равное диаметру полученного при умножении графа. Алгебра задается следующей таблицей:

*	0	1	2	3	4	...	n
0	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	...	{ n }
1	{1}	{0,2}	{1,3}	{0,2}	{1,3,5}	...	{1,3,5, ..., $n-1$ }
2	{2}	{1,3}	{0,2,4}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	...	{0,2,4, ..., n }
3	{3}	{0,2}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	{1,3,5, ..., $n-1$ }	...	{1,3,5, ..., n }
4	{4}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	{1,3,5, ..., $n-1$ }	{0,2,4, ..., n }	...	{0,2,4, ..., n }
...	...	...	...	...	...	...	...
n	{ n }	{1,3,5, ..., $n-1$ }	{0,2,4, ..., n }	{1,3,5, ..., $n-1$ }	{0,2,4, ..., n }	...	{0,2,4, ..., n }

Алгебру для тензорного произведения графов $G \times H$ обозначим через $\mathfrak{P}_o$, с метками $\{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$, где n — нечетное число, равное диаметру полученного при умножении графа. Алгебра задается следующей таблицей:

*	0	1	2	3	4	...	n
0	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	...	{ n }
1	{1}	{0,2}	{1,3}	{0,2}	{1,3,5}	...	{0,2,4,..., ..., n }
2	{2}	{1,3}	{0,2,4}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	...	{1,3,5,..., ..., $n-1$ }
3	{3}	{0,2}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	{1,3,5,..., ..., $n-1$ }	...	{0,2,4,..., ..., n }
4	{4}	{1,3,5}	{0,2,4,6}	{1,3,5,..., ..., $n-1$ }	{0,2,4,..., ..., n }	...	{1,3,5,..., ..., $n-1$ }
...	...	...	...	...	...	...	...
n	{ n }	{0,2,4,..., n }	{1,3,5,..., $n-1$ }	{0,2,4,..., n }	{1,3,5,..., ..., $n-1$ }	...	{0,2,4,..., ..., n }

Теорема 3. Если T — теория декартового произведения графов звезд друг на друга, $\mathfrak{B}$ — алгебра бинарных изолирующих формул теории T , то алгебра $\mathfrak{B}$ задается одной из следующих алгебр: $\mathfrak{P}_e$, $\mathfrak{P}_o$.

Теорема 4. Если T — теория тензорного произведения графов звезд друг на друга, $\mathfrak{B}$ — алгебра бинарных изолирующих формул теории T , то алгебра $\mathfrak{B}$ задается ровно одной из следующих алгебр: $\mathfrak{P}_e$, $\mathfrak{P}_o$.

Видим, что алгебры для произведений будут изоморфны.