

УДК 512.548

О ГОМОМОРФИЗМАХ ПАРАСТРОФОВ ЛИНЕЙНЫХ И АЛИНЕЙНЫХ КВАЗИГРУПП

Давлатбеков А. А.

Денаувский институт предпринимательства и педагогики Узбекистан, г. Денау

akimbekd@mail.ru

Как известно [1], с каждой квазигруппой A связаны еще следующие пять квазигрупп, называемых обратными квазигруппами или парастрофами:

Обозначим через $\sum_A$ систему парастрофов квазигруппы A :

$$\sum_A = \{A^{-1}, A, {}^{-1}A, {}^{-1}(A^{-1}), ({}^{-1}A)^{-1} A^*\}.$$

В [1] система $\sum_A$ названа *системой обратных квазигрупп* для квазигруппы A .

В работах [2-3] показаны условия гомоморфизма линейных квазигруппы, алинейных квазигруппы и квазигруппы смешанного типа первого (второго) рода. Аналогично в данной работе доказывается условие гомоморфизма парастрофов линейных и алинейных квазигруппы.

Квазигруппа (Q, A) называется *линейной* (алинейной) над группой $(Q, +)$, если (Q, A) имеет вид

$$A(x, y) = \varphi x + c + \psi y \quad (A(x, y) = \bar{\varphi} x + c + \bar{\psi} y),$$

где $\varphi, \psi \in \text{Aut}(Q, +)$, $\bar{\varphi}, \bar{\psi} \in \text{Aut}(Q, +)$, c - фиксированный элемент из Q [4].

Теорема. Пусть квазигруппы $(Q, {}^{-1}A): {}^{-1}A(x, y) = \varphi^{-1}x + I\varphi^{-1}c + I\varphi^{-1}\psi y$ и $(Q, A^{-1}): A^{-1}(x, y) = I\bar{\psi}^{-1}\bar{\varphi} + I\bar{\psi}^{-1}c + \bar{\psi}^{-1}y$ над группой $(Q, +)$ и $\gamma \in \text{End}(Q, +)$. Тогда эндоморфизм γ группы $(Q, +)$ является гомоморфизмом квазигрупп $(Q, {}^{-1}A)$ и (Q, A^{-1}) тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия $\gamma\varphi^{-1} = I\bar{\psi}^{-1}\bar{\varphi}, \gamma I\varphi^{-1}c = I\bar{\psi}^{-1}c\gamma, \gamma I\varphi^{-1}\psi = \bar{\psi}^{-1}\gamma$.

Следствие. Пусть $(Q, {}^{-1}A)$ и (Q, A^{-1}) - парастрофы линейных и алинейных квазигрупп над группой $(Q, +)$ квазигруппы: ${}^{-1}A(x, y) = \varphi^{-1}x + I\varphi^{-1}c + I\varphi^{-1}\psi y$, $A^{-1}(x, y) = I\bar{\psi}^{-1}\bar{\varphi} + I\bar{\psi}^{-1}c + \bar{\psi}^{-1}y$, γ - гомоморфизм квазигруппы $(Q, {}^{-1}A)$ в (Q, A^{-1}) : $\gamma(xy) = \gamma x \circ \gamma y$. Тогда гомоморфизм γ можно представить в виде

$$\gamma = \tilde{R}_{I\bar{\psi}^{-1}c} I\bar{\psi}^{-1}\bar{\varphi} \tilde{L}_a \theta \varphi \tilde{R}_{\varphi^{-1}c} = I\bar{\psi} \tilde{R}_b \theta \psi^{-1} \varphi = \tilde{L}_a \tilde{R}_b \theta.$$

Литература

1. Белоусов В.Д. Основы теории квазигрупп и луп. М.: Наука, 1967. 225С.

2. Табаров А.Х. Гомоморфизмы и эндоморфизмы линейных и алинейных квазигрупп. Дискретная математика, РАН., 2007, том 19, вып.2, с.67-73.
3. Давлатбеков А.А. О гомоморфизмах линейных слева (справа) квазигрупп. Современные проблемы алгебры и теории чисел. Материалы республиканской научно-теоретической конференции, посвящённой 90-летию со дня рождения профессора Г.Б.Бабаева. Душанбе. 14-15 декабря 2018 г. С.7-9.
4. Белоусов В.Д. Уравновешенные тождества в квазигруппах. - Мат. сборник, 1966, 70(112): 1, с.55-97.