Централизаторная размерность и нетеровость по уравнениям частично коммутативных двуступенно нильпотентных групп

Бучинский И.М., buchvan@mail.ru

Омский филиал Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН

«Пограничные вопросы теории моделей и универсальной алгебры»,
Эрлагол-2025,
19–26 июня 2025 г.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН,
проект FWNF-2022-0003

Группа без кручения

Группа G называется *группой без кручения*, если для каждого неединичного элемента $g \in G$ из равенства $g^\alpha = 1$ следует, что $\alpha = 0$.

Обозначим через G' коммутант группы G. Говорят, что группа G имеет *изолированный коммутант*, если решением любого уравнения вида $x^\alpha = g$, где $\alpha \in \mathbb{Z}$ и $1 \neq g \in G'$, являются элементы только из G'.

Централизатор

Централизатором элемента g группы G называется множество всех таких элементов из G, которые коммутируют с g:

$$C(g) = \{a \in G \mid [a, g] = 1\}.$$

Централизатором множества A элементов группы G называется множество всех таких элементов группы G, которые коммутируют сразу со всеми элементами из A:

$$C(A) = \bigcap_{a \in A} C(a).$$

Централизатор

Централизатором элемента g группы G называется множество всех таких элементов из G, которые коммутируют с g:

$$C(g) = \{a \in G \mid [a, g] = 1\}.$$

Централизатором множества A элементов группы G называется множество всех таких элементов группы G, которые коммутируют сразу со всеми элементами из A:

$$C(A) = \bigcap_{a \in A} C(a).$$

Централизаторная размерность

A. Myasnikov, P. Shumyatsky «Discriminating groups and c-dimension» (2004).

Определение

Если существует такое целое число d, что группа G имеет цепочку длины d строго убывающих централизаторов и не имеет другой цепочки длины большей, чем d, то говорят, что G имеет *централизаторную размерность* $cdim(G) = d$. Если такого целого числа d не существует, то положим $cdim(G) = \infty$.

Централизаторная размерность

Отметим, что равенство $cdim(G) = \infty$ справедливо при хотя бы одном из следующих условий:

- G имеет сколь угодно длинные строго убывающие цепочки централизаторов;
- G имеет бесконечную строго убывающую цепочку централизаторов.

Централизаторная размерность

Понятие централизаторной размерности группы совпадает с понятием высоты централизаторной решетки группы. Важность данного понятия обоснована, например, в работе A.J. Duncan, I.V. Kazachkov, V.N. Remeslennikov «Centraliser dimension and universal classes of groups» (2006). В ней же имеется широкий список ссылок на работы данного направления. Кроме того, в работе 2006 года показано, что группы, имеющие централизаторную решетку конечной высоты, универсально аксиоматизируемы.

Групповой язык

Групповой язык $\mathcal{L}_{gr}$ – это язык, состоящий из двухместного функционального символа $\cdot$ для обозначения групповой операции умножения, одноместного функционального символа $^{-1}$ (обращение) и константного символа e (единица группы):
$\mathcal{L}_{gr} = \{\cdot, ^{-1}, e\}$.

Расширение языка $\mathcal{L}$ множеством элементов группы G: $\mathcal{L}_{gr,G} = \mathcal{L}_{gr} \cup G$, назовем групповым языком с константами из G.

Групповой язык

Групповой язык $\mathcal{L}_{gr}$ – это язык, состоящий из двухместного функционального символа $\cdot$ для обозначения групповой операции умножения, одноместного функционального символа $^{-1}$ (обращение) и константного символа e (единица группы):
$\mathcal{L}_{gr} = \{\cdot, ^{-1}, e\}$.

Расширение языка $\mathcal{L}$ множеством элементов группы G:
$\mathcal{L}_{gr,G} = \mathcal{L}_{gr} \cup G$, назовем групповым языком с константами из G.

Двуступенно нильпотентные группы

Многообразие *двуступенно нильпотентных групп* $\mathcal{N}_2$ определяется тождеством: $[x, y, z] = [[x, y], z] = 1$ для любых $x, y, z \in G$.

Известен общий вид уравнения от одной переменной с коэффициентами над двуступенно нильпотентной группой:

$$x^{\alpha} g[x, a] = 1,$$

где x – переменная, $\alpha \in \mathbb{Z}$, $g, a \in G$.

Универсальная алгебраическая геометрия

С достаточно обширным списком работ и теоретической базой по универсальной алгебраической геометрии можно ознакомиться, например, в монографии Э. Ю. Даниярова, А. Г. Мясников, В. Н. Ремесленников «Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами» (2016, http://iitam.omsk.net.ru/~remesl/articles/monography.pdf) [1].

Точка $\mathbf{a} \in G^n$ называется *решением уравнения* $s(\mathbf{X})$ языка $\mathcal{L}_{gr,G}$ от n переменных $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ над группой G, если $G \models s(\mathbf{a})$.

Точка $\mathbf{a} \in G^n$ называется *решением системы уравнений* $S(\mathbf{X})$ над группой G, если $\mathbf{a}$ является решением каждого уравнения системы $S(\mathbf{X})$.

Множество $A \subseteq G^n$ называется *алгебраическим множеством над* G, если A является множеством решений некоторой системы уравнений от n переменных над G.

Алгебраическая геометрия над группами

Две системы уравнений $S_1(\mathbf{X})$ и $S_2(\mathbf{X})$ языка $\mathcal{L}_{gr,G}$ называются *эквивалентными* над группой G, если их множества решений совпадают.

Группа G называется *нётеровой по уравнениям*, если для любого целого положительного n любая система уравнений $S(\mathbf{X})$ от n переменных $\mathbf{X}$ эквивалентна своей некоторой конечной подсистеме $S_0(\mathbf{X}) \subseteq S(\mathbf{X})$.

Группа G называется *нётеровой по уравнениям от одной переменной*, или *1-нётеровой по уравнениям*, если любая система уравнений $S(x)$ от одной переменной x эквивалентна своей некоторой конечной подсистеме $S_0(x) \subseteq S(x)$.

Алгебраическая геометрия над группами

Две системы уравнений $S_1(\mathbf{X})$ и $S_2(\mathbf{X})$ языка $\mathcal{L}_{gr,G}$ называются *эквивалентными* над группой G, если их множества решений совпадают.

Группа G называется *нётеровой по уравнениям*, если для любого целого положительного n любая система уравнений $S(\mathbf{X})$ от n переменных $\mathbf{X}$ эквивалентна своей некоторой конечной подсистеме $S_0(\mathbf{X}) \subseteq S(\mathbf{X})$.

Группа G называется *нётеровой по уравнениям от одной переменной*, или *1-нётеровой по уравнениям*, если любая система уравнений $S(x)$ от одной переменной x эквивалентна своей некоторой конечной подсистеме $S_0(x) \subseteq S(x)$.

Преимущества нетеровых по уравнениям алгебраических систем

Основные преимущества нетеровых по уравнениям алгебраических систем:

- возможность изучения только конечных систем уравнений;
- объединяющие теоремы для нетеровых по уравнениям алгебраических систем;
- представимость произвольного непустого алгебраического множества в виде конечного объединения неприводимых алгебраических множеств.

Нетеровость по уравнениям для групп

Некоторые примеры нетеровых по уравнениям групп:

- любая конечно порожденная двуступенно нильпотентная группа;
- любая жесткая группа, в частности свободная разрешимая группа (Ч.К. Гупта, Н.С. Романовский, 2007, 2009);
- свободное произведение двух нетеровых по уравнениям групп (Z. Sela, 2010);
- любая гиперболическая группа без кручения (Z. Sela, 2013);
- любая abelian-by-polycyclic группа (M. Valiunas, 2021),
- любая free-by-cyclic группа (M. Kudlinska, M. Valiunas, 2024);

Нетеровость по уравнениям для групп

- графовое произведение нетеровых по уравнениям групп над конечным симплициальным графом с обхватом ≥ 6 (M. Valiunas, 2018).

Некоторые примеры групп, не являющихся нетеровыми по уравнениям:

- сплетение неабелевой группы и бесконечной группы (G. Baumslag, A. Myasnikov, V. Roman'kov, 1997);
- примеры бесконечно порожденных нильпотентных групп (A. Myasnikov, V. Remeslennikov, 2000);
- бесконечная прямая степень неабелевой группы (M. Shahryari, A. Shevlyakov, 2017);
- пример residually finite группы (M. Valiunas, 2021).

Критерий нетеровости по уравнениям алгебраической системы

В статье «Несколько замечаний о нётеровости по уравнениям» (2013) представлена лемма, которая является критерием ненётеровости по уравнениям для алгебраических систем:

Лемма 1 (Котов М.В.)

Алгебраическая система $\mathcal{A} = \langle A, \mathcal{L} \rangle$ не является нётеровой по уравнениям тогда и только тогда, когда найдутся последовательность элементов $(\mathbf{a}_i)_{i \in \mathbb{N}}$, $\mathbf{a}_i \in A^n$, и последовательность уравнений $(s_i(\mathbf{X}))_{i \in \mathbb{N}}$, $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, языка $\mathcal{L}$ такие, что $\mathcal{A} \not\models s_i(\mathbf{a}_i)$ для всех $i \in \mathbb{N}$ и $\mathcal{A} \models s_j(\mathbf{a}_i)$ для всех $j < i$.

Критерий нетеровости по уравнениям алгебраической системы

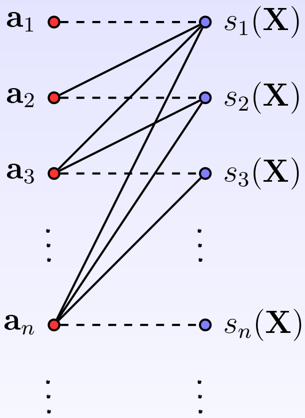


Иллюстрация к лемме 1.

О связи понятий нетеровости по уравнениям и цепочек централизаторов в группах

Идея следующей леммы присутствует в работе R. Bryant «The Verbal Topology of a Group» (1977).

Лемма 2

Если в группе G существует бесконечная цепочка строго убывающих централизаторов, то G не является 1-нетеровой по уравнениям.

1-нетеровость по уравнениям двуступенно нильпотентных групп без кручения

Лемма 3 (Б.И., 2024)

Двуступенно нильпотентная группа G без кручения с изолированным коммутантом не является 1-нетеровой по уравнениям тогда и только тогда, когда в G существует цепочка строго убывающих централизаторов бесконечной длины.

Частично коммутативные группы

Определение

Пусть Γ – неориентированный простой граф (возможно бесконечный) с множеством вершин $X = V(\Gamma)$, $F(X)$ – свободная группа с множеством порождающих X, и пусть

$$R = \{[x_i, x_j] \in F(X) \mid x_i, x_j \in X \text{ и}$$

$$x_i \text{ и } x_j \text{ смежны в графе } \Gamma\}.$$

Тогда группа $G_\Gamma = \langle X \mid R \rangle$ называется свободной частично коммутативной группой, а граф Γ – графом коммутативности свободной частично коммутативной группы G_Γ.

Частично коммутативные группы

Частично коммутативные группы, или графовые группы, или правоугольные группы Артина (right-angled Artin groups), имеют множество замечательных свойств (удобные нормальные формы элементов, разрешимость основных алгоритмических задач, богатая структура подгрупп и многое другое), список которых продолжает пополняться.

A.J. Duncan, I.V. Kazachkov, V.N. Remeslennikov:
«Centraliser Dimension of Partially Commutative Groups» (2006),
«Centraliser dimension and universal classes of groups» (2006),
«Orthogonal systems in finite graphs» (2008).

Частично коммутативные группы

В.Н. Ремесленников ставил вопрос об установлении связи между универсальной алгебраической геометрией над такими группами и универсальной алгебраической геометрией над неориентированными (ненаправленными) графами. Один из результатов данной работы устанавливает такую связь в многообразии $\mathcal{N}_2$ для свойства нетеровости по уравнениям.

Частично коммутативные группы

Замечание

Каждая частично коммутативная группа является группой без кручения с изолированным коммутантом.

Централизатор подмножества порождающих частично коммутативной группы мы будем называть *каноническим централизатором*.

Централизаторная размерность частично коммутативных групп

Теорема 1

Пусть G — конечно порожденная группа. Тогда централизаторная размерность группы G равна высоте решетки канонических централизаторов в следующих случаях:

1. G — свободная частично коммутативная группа (A.J. Duncan, I.V. Kazachkov, V.N. Remeslennikov, 2006, 2007);
2. G — двуступенно нильпотентная частично коммутативная группа (V. Blatherwick, 2008).

Цепочки централизаторов в частично коммутативных группах

Следствие 1

Пусть G — конечно порожденная группа. Тогда для любой строго убывающей цепочки централизаторов конечных множеств элементов из G существует строго убывающая цепочка канонических централизаторов такой же длины в следующих случаях:

1. G — свободная частично коммутативная группа;
2. G — двуступенно нильпотентная частично коммутативная группа.

Цепочки централизаторов в частично коммутативных группах

Предложение 1

Пусть G – двуступенно нильпотентная частично коммутативная группа, и в G существует бесконечная строго убывающая цепочка централизаторов

$$C(D_1) \supsetneq C(D_2) \supsetneq \ldots \supsetneq C(D_n) \supsetneq \ldots,$$

где $D_i \subsetneq D_{i+1}$. Тогда для некоторых $a_1 \in D_1$ и $a_i \in D_i \setminus D_{i-1}$ в G справедлива бесконечная строго убывающая цепочка централизаторов

$$C(a_1) \supsetneq C(a_1, a_2) \supsetneq \ldots \supsetneq C(a_1, a_2, \ldots, a_n) \supsetneq \ldots.$$

Цепочки централизаторов в частично коммутативных группах

Следствие 2

Пусть G – двуступенно нильпотентная частично коммутативная группа, и $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ – такая последовательность элементов группы G, что в G справедлива

$$C(a_1) \supsetneq C(a_1, a_2) \supsetneq \ldots \supsetneq C(a_1, a_2, \ldots, a_n) \supsetneq \ldots.$$

Тогда для любой монотонно возрастающей последовательности $\{i_j\}_{j \in \mathbb{N}} \subseteq \mathbb{N}$ в G справедлива

$$C(a_{i_1}) \supsetneq C(a_{i_1}, a_{i_2}) \supsetneq \ldots C(a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_n}) \supsetneq \ldots.$$

Цепочки централизаторов в частично коммутативных группах

Лемма 4 (Б.)

Пусть G – двуступенно нильпотентная частично коммутативная группа. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1. G не является 1-нетеровой по уравнениям;
2. в G существуют последовательности уравнений от одной переменной вида $\{[x, d_i] = 1\}_{i \in \mathbb{N}}$ и элементов $\{r_i\}_{i \in \mathbb{N}}$, удовлетворяющие *лемме 1*, где d_i и r_i – порождающие группы G;
3. в G существует бесконечная строго убывающая цепочка канонических централизаторов $C(D_1) \supsetneq C(D_2) \supsetneq \ldots \supsetneq C(D_i) \supsetneq \ldots$, где $D_i = \{d_1, \ldots, d_i\}$ – порождающие группы G.

Цепочки централизаторов в частично коммутативных группах

Теорема 2 (Б.)

Пусть G — конечно (или бесконечно) порожденная свободная (или двуступенно нильпотентная) частично коммутативная группа, d — конечное положительное целое число. Тогда если в G существует строго убывающая цепочка централизаторов конечной длины

$$C(A_1) \supsetneq \ldots \supsetneq C(A_d),$$

где A_i — конечные множества элементов группы G, то в G имеется строго убывающая цепочка канонических централизаторов такой же длины $C(X_1) \supsetneq \ldots \supsetneq C(X_d)$, где X_i — конечные подмножества порождающих группы G.

Цепочки централизаторов в частично коммутативных группах

Теорема 2 (Б.)

Кроме того, если в G существует бесконечная строго убывающая цепочка централизаторов

$$C(A_1) \supsetneqq \ldots \supsetneqq C(A_d) \supsetneqq \ldots,$$

где A_i — конечные множества элементов группы G, то в G имеется бесконечная строго убывающая цепочка канонических централизаторов $C(X_1) \supsetneqq \ldots \supsetneqq C(X_d) \supsetneqq \ldots$, где X_i — конечные подмножества порождающих группы G.

Степенные группы

А.Г. Мясников, В.Н. Ремесленников «Степенные группы I: основы теории и тензорные пополнения» (1994).

Пусть A – произвольное ассоциативное кольцо с единицей. Результат действия $\alpha \in A$ на $g \in G$ будем записывать в виде g^{α}.

Степенные группы

Определение

Группа G называется *A-степенной группой*, или *A-группой*, если на G задано действие кольца A, удовлетворяющее следующим аксиомам:

$$g^1 = g,\ g^0 = 1,\ 1^\alpha = 1,$$

$$g^{\alpha+\beta} = g^\alpha g^\beta,\ g^{\alpha\beta} = (g^\alpha)^\beta,$$

$$(h^{-1}gh)^\alpha = h^{-1}g^\alpha h,$$

$$[g, h] = 1 \Rightarrow (gh)^\alpha = g^\alpha h^\alpha,$$

для всех $g, h \in G$ и $\alpha, \beta \in A$. Последнюю аксиому называют MR-аксиомой. Если выполнены все аксиомы, кроме MR-аксиомы, то группу G называют *степенной A-группой по Линдону*.

Аппроксимируемость

Пусть G и H – A-группы. Тогда гомоморфизм $\psi : G \to H$ называется *A-гомоморфизмом*, если $\psi(g^\alpha) = (\psi(g))^\alpha$ для любых $g \in G$ и $\alpha \in A$.

Будем говорить, что A-группа G аппроксимируется A-группой H, если для любого неединичного элемента $g \in G$ существует A-гомоморфизм $\psi : G_\Gamma \to H$ такой, что $\psi(g) \neq 1$.

Аппроксимируемость графовых групп из $\mathcal{N}_2$

Из работы «Структура координатных групп для алгебраических множеств в частично коммутативных нильпотентных группах» (2009):

Лемма 5 (Мищенко А.А.)

Каждая конечно порожденная частично коммутативная двуступенно нильпотентная $\mathbb{Q}$-группа аппроксимируется свободной двуступенно нильпотентной $\mathbb{Q}$-группой ранга 2.

Всюду далее через F_2 мы будем обозначать свободную двуступенно нильпотентную группу ранга 2, а через F_2^ω — счетную прямую степень F_2.

Аппроксимируемость графовых групп из $\mathcal{N}_2$

Из работы «Структура координатных групп для алгебраических множеств в частично коммутативных нильпотентных группах» (2009):

Лемма 5 (Мищенко А.А.)

Каждая конечно порожденная частично коммутативная двуступенно нильпотентная $\mathbb{Q}$-группа аппроксимируется свободной двуступенно нильпотентной $\mathbb{Q}$-группой ранга 2.

Всюду далее через F_2 мы будем обозначать свободную двуступенно нильпотентную группу ранга 2, а через F_2^ω — счетную прямую степень F_2.

Лемма 6 (Б.)

Справедливы следующие утверждения:

1. всякая (в том числе и бесконечно порожденная) частично коммутативная двуступенно нильпотентная A-группа G_Γ аппроксимируется A-группой F_2 тогда и только тогда, когда кольцо скаляров A такое, что верна следующая пара импликаций:

$$\forall \alpha \in A(\exists g \in G_\Gamma(g^\alpha \neq 1) \Rightarrow \exists w \in F_2(w^\alpha \neq 1)),$$

$$\forall \alpha \in A(\exists g \in G'_\Gamma(g^\alpha \neq 1) \Rightarrow \exists w_1, w_2 \in F_2([w_1, w_2]^\alpha \neq 1)),$$

где G'_Γ – коммутант группы G_Γ;

Аппроксимируемость графовых групп из $\mathcal{N}_2$

Лемма 6 (Б.)

2. всякая (в том числе и бесконечно порожденная) частично коммутативная двуступенно нильпотентная $\mathbb{Z}$-группа аппроксимируется свободной двуступенно нильпотентной $\mathbb{Z}$-группой ранга 2;
3. всякая (в том числе и бесконечно порожденная) частично коммутативная двуступенно нильпотентная $\mathbb{Z}$-группа является подгруппой F_2^ω.

Нетеровость по уравнениям графовых двуступенно нильпотентных групп

Теорема 3 (Б.)

Всякая частично коммутативная двуступенно нильпотентная группа является нетеровой по уравнениям тогда и только тогда, когда она является нетеровой по уравнениям от одной переменной.

Нетеровость по уравнениям графовых двуступенно нильпотентных групп

В общем случае нетеровость по уравнениям двуступенно нильпотентной группы **не эквивалентна** ее нетеровости по уравнениям от одной переменной. Соответствующий пример был построен в работе А.В. Трейер «Нетеровость по уравнениям и цепочки централизаторов в группах» (2024).

Нетеровость по уравнениям графовых двуступенно нильпотентных групп

А.В. Трейер «Нетеровость по уравнениям и цепочки централизаторов в группах» (2024).

$G = \langle a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots, c_1, c_2, \dots, d_1, d_2, \dots \mid$
$[a_i, b_j] = [c_j, d_i], i > j, i, j \in \mathbb{N}\rangle_{\mathcal{N}(2,\mathbb{Z})}$.

$$\begin{cases} [x, b_1][y, c_1] = 1 & (a_1, d_1) \\ [x, b_2][y, c_2] = 1 & (a_2, d_2) \\ \vdots & \\ [x, b_n][y, c_n] = 1 & (a_n, d_n) \\ \vdots & \end{cases}$$

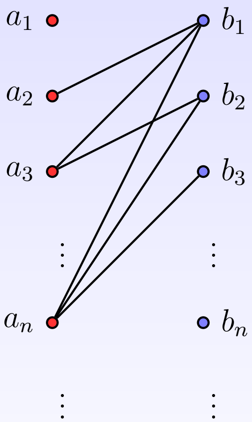
Нетеровость по уравнениям графов

B., A.V. Treyer, «О графах, не являющихся нетеровыми по уравнениям» (2023).

Определение

Граф называется *совершенно ненетеровым*, если он содержит бесконечную последовательность **попарно различных** вершин $a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots, a_n, b_n, \ldots$ такую, что каждая из вершин a_i смежна со всеми вершинами b_j при $j < i$, но не смежна с b_i.

Пример совершенно ненетерова графа



Базисный ненетеров граф.

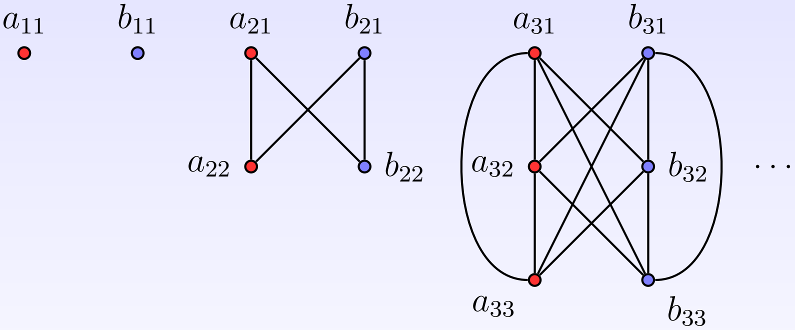
Нетеровость по уравнениям графов

Теорема 4 (БТ, 2023)

Справедливы следующие утверждения:

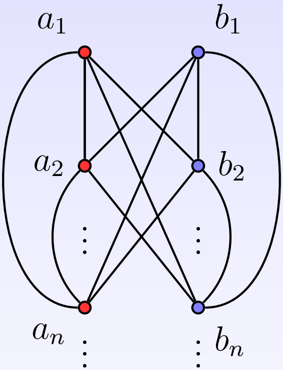
1. Простой граф ненётеров по уравнениям тогда и только тогда, когда он либо совершенно ненётеров, либо является надкликой.
2. Граф с петлями ненётеров по уравнениям тогда и только тогда, когда он совершенно ненётеров.

Примеры



Пример нетерова по уравнениям графа.

Примеры



Пример графа, не являющегося нетеровым по уравнениям.

Ортогональное дополнение

A.J. Duncan, I.V. Kazachkov, V.N. Remeslennikov «Orthogonal systems in finite graphs» (2008).

Определение

Пусть A — подмножество вершин в графе Γ. Тогда *ортогональное дополнение* A определяется следующим образом:

$$A^{\perp} = \{u \in \Gamma \mid \forall a \in A \ d(u,a) \leq 1\},$$

где $d(u,a)$ определяется как минимум среди всех длин путей, соединяющих вершины u и a. Если u и a находятся в разных компонентах связности, то $d(u,a) = \infty$. Положим по определению $\emptyset^{\perp} = \Gamma$.

Нетеровость по уравнениям графов

Лемма 7 (Б.)

Граф Γ (как простой, так и с петлями) совершенно ненетеров тогда и только тогда, когда в нем существует бесконечная строго убывающая цепочка ортогональных дополнений, то есть найдется последовательность вершин $b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots$, для которой справедлива следующая бесконечная цепочка вложений:

$$\Gamma = \emptyset^\perp \supsetneq \{b_1\}^\perp \supsetneq \{b_1, b_2\}^\perp \supsetneq \ldots \supsetneq \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}^\perp \supsetneq \ldots.$$

Основной результат

Теорема 5 (Б.)

Пусть G – двуступенно нильпотентная группа без кручения с изолированным коммутантом. Тогда следующие условия эквивалентны:

1. G не является нетеровой по уравнениям от одной переменной;
2. в группе G существует цепочка строго убывающих централизаторов бесконечной длины.

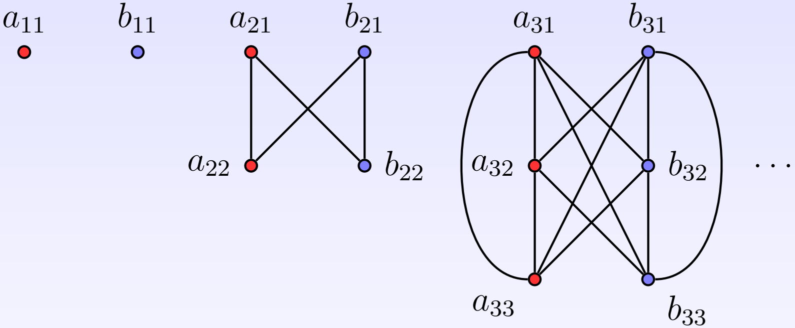
Основной результат

Теорема 5 (Б.)

Если G к тому же является частично коммутативной группой, то каждое из этих условий по отдельности эквивалентно каждому из следующих условий:

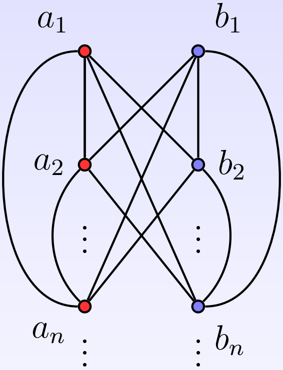
3. G не является нетеровой по уравнениям;
4. существует последовательность **попарно различных** $a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots, a_n, b_n, \ldots$ порождающих группы G такая, что для любых i $[a_i, b_i] \neq 1$ и для всех $j < i$ $[a_i, b_j] = 1$;
5. граф коммутативности с петлями группы G не является нетеровым по уравнениям;
6. граф коммутативности группы G является совершенно ненетеровым.

Примеры



Пример нетеровой по уравнениям графовой двуступенно нильпотентной группы со сколь угодно длинной (но не бесконечной) цепочкой централизаторов.

Примеры



Пример ненетеровой по уравнениям от одной переменной графовой двуступенно нильпотентной группы (с бесконечной цепочкой централизаторов).

Вопрос аксиоматизируемости

Следствие 3

Класс частично коммутативных двуступенно нильпотентных групп, не являющихся нетеровыми по уравнениям, не универсально аксиоматизируем.

Публикации результатов

- БИМ *Уравнения от одной переменной над двуступенно нильпотентными группами и цепочки централизаторов* // Вестник Омского университета. 2024. Т. 29, № 1. С. 33–41. DOI: 10.24147/1812-3996.2024.1.33-41
- БИМ *О связи уравнений над частично коммутативными двуступенно нильпотентными группами с уравнениями над графами* // Сибирские электронные математические известия, принята к печати, 27 с.

Спасибо за внимание!

Вопросы?