

# Практическая работа №3

Тема 1. Решение СЛАУ методом Крамера (задания 1.1 и 1.2) Тема 2 Решение СЛАУ методом обратной матрицы ( задания 2.1 и 2.2). Тема 3. Матричные уравнения (задания 3.1 и 3.2) Тема 4. Нахождение ранга матрицы методом окаймляющих миноров ( задание 4.1 ) и методом элементарных преобразований (.задание 4.2).

## 1 Тема 1. Решение СЛАУ методом Крамера

### 1.1 Матрицы 3\*3

$$1. \begin{cases} 5x_0 + 5x_2 = 5 \\ (-5)x_0 + (-3)x_1 + 7x_2 = -11 \\ 9x_0 + 10x_1 + (-8)x_2 = 6 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 8x_0 + (-8)x_1 + (-1)x_2 = -4 \\ 8x_0 + (-7)x_2 = 4 \\ 13x_0 + (-1)x_1 + (-7)x_2 = -9 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_0 + (-2)x_1 + 7x_2 = 2 \\ 7x_0 + 7x_1 + 15x_2 = 7 \\ (-2)x_0 + (-2)x_1 + (-11)x_2 = -2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} (-12)x_0 + (-7)x_1 + 1x_2 = -1 \\ 2x_0 + (-8)x_1 + (-12)x_2 = 12 \\ 6x_0 + (-12)x_1 + 7x_2 = -7 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 8x_0 + 4x_1 + (-1)x_2 = 11 \\ 11x_0 + 5x_1 + (-13)x_2 = 2 \\ 9x_0 + (-1)x_1 + 6x_2 = 3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} (-1)x_0 + (-6)x_1 + (-6)x_2 = 0 \\ (-12)x_0 + 1x_1 + (-14)x_2 = 15 \\ 10x_0 + (-3)x_1 + (-5)x_2 = 2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} (-2)x_0 + 11x_1 + (-5)x_2 = -2 \\ 11x_0 + (-7)x_1 + 8x_2 = -3 \\ 10x_0 + 9x_1 + 1x_2 = 2 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} (-3)x_0 + (-1)x_1 + 4x_2 = -8 \\ (-15)x_0 + (-3)x_1 + (-7)x_2 = -10 \\ (-8)x_0 + (-5)x_1 + 15x_2 = -2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} (-14)x_0 + 12x_1 + 2x_2 = -14 \\ 3x_0 + (-8)x_1 + (-5)x_2 = -5 \\ 14x_0 + (-14)x_1 + 1x_2 = -3 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} (-11)x_1 + (-9)x_2 = 9 \\ (-8)x_2 = 8 \\ (-10)x_0 + (-8)x_1 + 13x_2 = 7 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 4x_2 = 4 \\ 4x_0 + (-15)x_1 + 13x_2 = -3 \\ (-5)x_1 + (-10)x_2 = -10 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x_0 + (-1)x_1 + (-1)x_2 = -15 \\ (-10)x_0 + 11x_1 + 1x_2 = 7 \\ 9x_0 + (-3)x_1 + (-6)x_2 = 6 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 3x_0 + 15x_1 + 15x_2 = 15 \\ (-7)x_0 + 15x_1 + (-12)x_2 = 15 \\ (-14)x_0 + 1x_1 + (-7)x_2 = 1 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 4x_0 + (-6)x_1 + (-1)x_2 = 6 \\ 3x_0 + (-8)x_1 + (-6)x_2 = 8 \\ (-8)x_0 + (-14)x_1 + (-15)x_2 = 14 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} (-2)x_0 + (-2)x_1 + (-13)x_2 = -8 \\ 1x_0 + 1x_1 + (-2)x_2 = -13 \\ (-14)x_0 + (-12)x_1 + 6x_2 = 6 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} (-3)x_0 + 4x_1 + 7x_2 = 3 \\ (-9)x_0 + (-2)x_1 + (-13)x_2 = -13 \\ (-15)x_0 + 14x_1 + 12x_2 = 14 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} (-1)x_0 + 2x_1 + (-11)x_2 = -7 \\ 6x_0 + (-4)x_1 + (-12)x_2 = -12 \\ (-7)x_0 + 13x_1 + (-14)x_2 = 11 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} (-4)x_0 + 6x_1 + (-4)x_2 = -12 \\ (-9)x_1 + 7x_2 = -12 \\ (-7)x_0 + (-3)x_1 + 9x_2 = -6 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 6x_0 + 5x_1 + (-10)x_2 = -6 \\ (-10)x_0 + (-3)x_1 = 10 \\ (-2)x_0 + 8x_1 + (-15)x_2 = 2 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 7x_0 + 3x_1 + 4x_2 = -6 \\ 5x_0 + 6x_1 = -12 \\ 14x_0 + (-5)x_1 + 8x_2 = 10 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 6x_0 + (-10)x_2 = 4 \\ 5x_0 + 1x_1 + 9x_2 = -15 \\ (-8)x_0 + 15x_1 = -7 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 9x_0 + 5x_1 = 9 \\ (-7)x_0 + (-5)x_1 + (-6)x_2 = -7 \\ 9x_0 + 12x_1 + (-10)x_2 = 9 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 10x_0 + (-3)x_1 + (-5)x_2 = -10 \\ 3x_0 + 6x_1 + (-1)x_2 = -3 \\ 13x_0 + (-15)x_1 + (-8)x_2 = -13 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x_0 + 13x_1 + 11x_2 = 13 \\ (-11)x_0 + (-5)x_1 + 12x_2 = 1 \\ 4x_1 + (-14)x_2 = -14 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 4x_0 + 7x_1 + 5x_2 = 5 \\ 12x_0 + (-10)x_2 = -10 \\ 1x_0 + (-1)x_1 + 5x_2 = 5 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} (-7)x_0 + 10x_1 + (-3)x_2 = 0 \\ (-7)x_0 + (-2)x_1 + (-1)x_2 = 0 \\ (-8)x_0 + 13x_1 + 1x_2 = 0 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 4x_0 + (-2)x_1 = 8 \\ (-10)x_0 + 5x_1 + (-2)x_2 = -2 \\ 12x_0 + (-4)x_1 + 1x_2 = -1 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} (-2)x_0 + 1x_1 + 4x_2 = 8 \\ 7x_0 + 2x_1 + (-9)x_2 = 12 \\ 4x_0 + 2x_1 + 3x_2 = -9 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 7x_0 + 14x_1 + (-7)x_2 = 7 \\ (-9)x_0 + 14x_1 + 4x_2 = 9 \\ (-9)x_0 + (-12)x_1 + 8x_2 = -9 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} (-6)x_0 + (-15)x_1 + 15x_2 = -3 \\ 8x_0 + 13x_1 + (-6)x_2 = 4 \\ 1x_0 + 11x_1 + (-7)x_2 = -12 \end{cases}$$

## 1.2 Матрицы 4\*4

$$1. \begin{cases} 9x_1 + (-2)x_2 + (-3)x_3 = 3 \\ 3x_0 + 4x_1 + 4x_2 + (-2)x_3 = 2 \\ (-3)x_0 + 10x_1 + (-10)x_2 + (-10)x_3 = 10 \\ 3x_0 + 14x_2 + (-9)x_3 = 9 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 6x_0 + (-10)x_1 + (-15)x_2 + (-8)x_3 = 10 \\ 8x_0 + (-9)x_1 + 4x_2 + (-10)x_3 = 9 \\ (-12)x_0 + (-13)x_1 + (-11)x_2 + 1x_3 = 13 \\ (-12)x_0 + 14x_1 + (-5)x_2 + 12x_3 = -14 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 15x_0 + (-7)x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 0 \\ (-10)x_0 + (-4)x_1 + 4x_2 + (-13)x_3 = 0 \\ 3x_0 + (-2)x_1 + (-10)x_2 + 9x_3 = 0 \\ (-5)x_0 + (-9)x_1 + (-7)x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} (-2)x_0 + 1x_1 + (-11)x_2 + 11x_3 = -12 \\ (-1)x_0 + 11x_1 + (-1)x_2 + 6x_3 = 8 \\ (-5)x_0 + 3x_1 + (-4)x_2 + 2x_3 = -15 \\ (-5)x_0 + 2x_1 + (-9)x_2 + 11x_3 = -3 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 8x_0 + 13x_2 + (-15)x_3 = 15 \\ 5x_0 + 4x_1 + (-13)x_2 + (-6)x_3 = 6 \\ (-8)x_0 + 2x_1 + 8x_2 + (-7)x_3 = 7 \\ 12x_0 + (-5)x_1 + (-4)x_2 + 5x_3 = -5 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} (-6)x_0 + 2x_1 + 3x_2 + (-6)x_3 = -6 \\ 3x_0 + 10x_1 + 1x_2 + (-3)x_3 = -3 \\ (-5)x_1 + (-14)x_2 + 2x_3 = 2 \\ 5x_0 + (-15)x_1 + 1x_2 + 15x_3 = 15 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} (-4)x_0 + (-2)x_1 + 11x_2 + (-8)x_3 = -6 \\ 2x_0 + 5x_1 + (-13)x_2 + (-14)x_3 = -4 \\ 12x_0 + 13x_1 + (-13)x_2 + (-5)x_3 = 12 \\ (-13)x_0 + (-12)x_1 + 10x_2 + (-5)x_3 = 8 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 5x_0 + (-2)x_1 + 11x_2 + (-8)x_3 = -15 \\ 4x_0 + 9x_1 + (-7)x_2 + 15x_3 = -12 \\ 3x_0 + (-4)x_1 + 9x_2 + (-6)x_3 = -9 \\ 1x_0 + (-12)x_1 + (-14)x_2 + (-8)x_3 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
9. & \begin{cases} (-3)x_0 + 15x_1 + 9x_3 = -3 \\ (-4)x_0 + (-2)x_1 + 1x_2 + (-11)x_3 = -4 \\ 15x_0 + 12x_1 + 11x_2 + (-14)x_3 = 15 \\ (-12)x_0 + 7x_1 + 7x_2 + 13x_3 = -12 \end{cases} \\
10. & \begin{cases} 4x_0 + 4x_1 + (-10)x_2 + (-6)x_3 = -10 \\ 11x_0 + (-4)x_1 + 6x_2 + (-15)x_3 = 6 \\ (-14)x_0 + (-5)x_1 + (-11)x_2 + (-4)x_3 = -11 \\ (-12)x_0 + 1x_1 + 2x_2 + (-2)x_3 = 2 \end{cases} \\
11. & \begin{cases} 15x_0 + (-10)x_1 + (-5)x_2 + (-6)x_3 = 10 \\ 7x_0 + 7x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -11 \\ 14x_0 + (-14)x_1 + (-8)x_2 + 12x_3 = 6 \\ (-13)x_0 + 13x_1 + 7x_2 + 7x_3 = -3 \end{cases} \\
12. & \begin{cases} (-15)x_0 + (-1)x_1 + 8x_2 + 2x_3 = -14 \\ 12x_0 + (-10)x_1 + (-1)x_2 + (-1)x_3 = -2 \\ 6x_0 + 4x_1 + (-15)x_2 + (-2)x_3 = -5 \\ 8x_0 + 2x_1 + 5x_2 + (-7)x_3 = -10 \end{cases} \\
13. & \begin{cases} (-12)x_0 + 2x_1 + (-11)x_2 + (-11)x_3 = -5 \\ 15x_0 + 3x_1 + 11x_2 + (-2)x_3 = -7 \\ (-11)x_0 + (-9)x_1 + 5x_2 = 7 \\ (-2)x_0 + (-5)x_1 + 6x_2 + 8x_3 = -13 \end{cases} \\
14. & \begin{cases} 14x_0 + 7x_1 + (-14)x_2 + (-13)x_3 = 0 \\ 2x_0 + 8x_1 + (-8)x_2 + (-14)x_3 = 10 \\ (-14)x_0 + 4x_1 + 2x_2 + 14x_3 = 8 \\ (-5)x_0 + 3x_1 + (-5)x_2 + (-1)x_3 = -8 \end{cases} \\
15. & \begin{cases} 10x_0 + (-13)x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 0 \\ (-1)x_0 + 2x_2 = 0 \\ (-4)x_0 + (-1)x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 6 \\ 8x_0 + 5x_1 + 13x_2 + 10x_3 = -4 \end{cases} \\
16. & \begin{cases} (-9)x_0 + 3x_1 + (-11)x_2 + (-1)x_3 = -12 \\ 11x_0 + (-7)x_1 + (-3)x_2 + 1x_3 = 2 \\ 11x_0 + 9x_1 + (-1)x_2 + (-6)x_3 = 2 \\ 7x_0 + 6x_1 + 14x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases}
\end{aligned}$$

$$17. \begin{cases} (-8)x_1 + (-14)x_2 + 1x_3 = 3 \\ 13x_0 + (-4)x_1 + (-8)x_2 + 4x_3 = 0 \\ 11x_0 + (-12)x_1 + (-14)x_2 + (-1)x_3 = -7 \\ 15x_0 + 5x_1 + (-1)x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 4x_0 + (-13)x_2 + 14x_3 = 13 \\ 3x_0 + 9x_1 + (-3)x_2 + (-10)x_3 = 1 \\ (-3)x_0 + 3x_1 + 2x_2 + (-6)x_3 = 10 \\ 5x_0 + 5x_1 + 4x_2 + (-11)x_3 = 1 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} (-13)x_0 + 8x_1 + (-12)x_2 + (-14)x_3 = -3 \\ 4x_0 + 1x_1 + 10x_2 = 15 \\ 5x_0 + (-4)x_1 + (-4)x_2 + 5x_3 = -8 \\ (-14)x_0 + (-8)x_1 + 12x_2 + (-14)x_3 = 4 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} (-8)x_1 + (-14)x_2 + 1x_3 = 3 \\ 13x_0 + (-4)x_1 + (-8)x_2 + 4x_3 = 0 \\ 11x_0 + (-12)x_1 + (-14)x_2 + (-1)x_3 = -7 \\ 15x_0 + 5x_1 + (-1)x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} (-13)x_0 + 8x_1 + (-12)x_2 + (-14)x_3 = -3 \\ 4x_0 + 1x_1 + 10x_2 = 15 \\ 5x_0 + (-4)x_1 + (-4)x_2 + 5x_3 = -8 \\ (-14)x_0 + (-8)x_1 + 12x_2 + (-14)x_3 = 4 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} (-7)x_0 + 12x_1 + (-6)x_2 + (-6)x_3 = -9 \\ (-13)x_0 + (-9)x_1 + (-14)x_2 + 6x_3 = 14 \\ (-3)x_0 + 1x_1 + 2x_2 = -7 \\ 13x_0 + 2x_1 + (-5)x_2 = -5 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} (-7)x_1 + 15x_2 + 7x_3 = 15 \\ (-4)x_0 + (-1)x_1 + (-1)x_2 + (-7)x_3 = 11 \\ 9x_0 + 9x_1 + (-13)x_2 + (-11)x_3 = 0 \\ (-9)x_0 + (-4)x_1 + (-14)x_2 + (-4)x_3 = -7 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 1x_1 + (-2)x_2 + (-3)x_3 = -14 \\ 15x_1 + 9x_2 + 14x_3 = 11 \\ (-10)x_0 + 7x_1 + 13x_2 + (-9)x_3 = 0 \\ 3x_0 + (-1)x_1 + (-7)x_2 = 5 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} (-10)x_0 + 3x_1 + (-6)x_2 + 6x_3 = -10 \\ (-9)x_0 + (-4)x_1 + 7x_2 + (-10)x_3 = -13 \\ 15x_0 + 3x_1 + (-10)x_2 + (-2)x_3 = -1 \\ (-15)x_0 + 2x_1 + (-12)x_2 + 4x_3 = -15 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 1x_0 + (-3)x_1 + (-10)x_2 + (-15)x_3 = 1 \\ 3x_0 + 1x_1 + 3x_2 + (-9)x_3 = 3 \\ 6x_0 + (-11)x_1 + (-8)x_2 + (-3)x_3 = 2 \\ 14x_0 + (-13)x_1 + (-11)x_2 + (-12)x_3 = -13 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 7x_0 + 3x_1 + 1x_2 + 3x_3 = -5 \\ (-14)x_0 + 11x_1 + 4x_2 + (-7)x_3 = -14 \\ 5x_1 + 9x_2 + (-1)x_3 = 6 \\ 14x_0 + (-3)x_1 + 1x_2 + 10x_3 = 14 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 3x_0 + (-7)x_1 + 3x_2 + (-14)x_3 = -2 \\ 7x_0 + 3x_1 + 7x_2 + 10x_3 = -2 \\ (-4)x_0 + (-4)x_1 + (-14)x_2 + (-12)x_3 = -6 \\ (-9)x_0 + 1x_1 + 12x_2 + (-4)x_3 = -7 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 6x_0 + (-7)x_1 + 10x_2 + 15x_3 = 3 \\ 3x_0 + 15x_1 + 13x_2 + (-13)x_3 = -7 \\ 2x_0 + 3x_1 + (-2)x_2 + 8x_3 = 10 \\ 8x_0 + 12x_1 + 3x_2 + 7x_3 = -13 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} (-2)x_1 + 1x_2 + 2x_3 = -4 \\ 10x_0 + 8x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 7 \\ (-4)x_0 + 1x_1 + (-2)x_2 + 2x_3 = 13 \\ (-3)x_0 + 2x_1 + (-3)x_2 + (-2)x_3 = -7 \end{cases}$$

## 2 Тема 2. Решение СЛАУ методом обратной матрицы

### 2.1 Матрицы 3\*3

$$1. \begin{cases} (-1)x_0 + 4x_1 + 3x_2 = -6 \\ (-2)x_1 + (-1)x_2 = 0 \\ (-2)x_0 + 15x_1 + (-1)x_2 = 9 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} (-15)x_0 + 2x_1 + (-2)x_2 = 0 \\ 12x_0 + (-8)x_1 + 7x_2 = 15 \\ 10x_0 + (-1)x_1 = 15 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
3. & \begin{cases} (-12)x_0 + (-10)x_1 + 3x_2 = 13 \\ (-8)x_1 + 3x_2 = -1 \\ (-12)x_0 + 14x_1 + 2x_2 = -8 \end{cases} \\
4. & \begin{cases} 10x_0 + (-1)x_1 + (-14)x_2 = -15 \\ 10x_0 + 9x_1 + (-2)x_2 = 7 \\ (-1)x_0 + (-11)x_1 + 12x_2 = 1 \end{cases} \\
5. & \begin{cases} 1x_0 + 7x_1 + (-5)x_2 = -14 \\ (-2)x_1 + (-10)x_2 = -8 \\ 14x_0 + (-1)x_1 + 12x_2 = -15 \end{cases} \\
6. & \begin{cases} (-13)x_0 + 14x_1 + (-15)x_2 = 12 \\ 10x_0 + 14x_1 + 1x_2 = 5 \\ (-9)x_0 + (-13)x_1 + 6x_2 = 2 \end{cases} \\
7. & \begin{cases} (-1)x_0 + 4x_2 = 10 \\ 4x_1 + 15x_2 = 7 \\ 14x_0 + 14x_1 + (-13)x_2 = -11 \end{cases} \\
8. & \begin{cases} 11x_0 + (-2)x_1 + 2x_2 = 2 \\ 14x_0 + 1x_1 + (-1)x_2 = -1 \\ 10x_0 + 1x_1 + 1x_2 = -5 \end{cases} \\
9. & \begin{cases} (-6)x_0 + 2x_1 + 4x_2 = 0 \\ 3x_0 + 3x_1 + 13x_2 = 0 \\ (-6)x_0 + 10x_1 + (-3)x_2 = 0 \end{cases} \\
10. & \begin{cases} 2x_0 + 8x_1 + (-13)x_2 = -2 \\ 3x_0 + (-15)x_1 + 3x_2 = -3 \\ 5x_0 + (-8)x_1 + 13x_2 = -5 \end{cases} \\
11. & \begin{cases} (-15)x_0 + 1x_1 + 12x_2 = 1 \\ 4x_1 + 13x_2 = 4 \\ (-7)x_0 + 10x_1 = 10 \end{cases} \\
12. & \begin{cases} (-2)x_0 + (-4)x_1 + 9x_2 = 9 \\ 10x_0 + (-10)x_1 + (-3)x_2 = -3 \\ (-1)x_0 + 7x_1 + 6x_2 = 6 \end{cases} \\
13. & \begin{cases} (-13)x_0 + (-15)x_1 + (-5)x_2 = -13 \\ 6x_0 + (-13)x_1 + (-15)x_2 = 6 \\ (-4)x_0 + (-12)x_1 + (-7)x_2 = -4 \end{cases}
\end{aligned}$$



$$14. \begin{cases} 6x_0 + (-4)x_1 + (-14)x_2 = 12 \\ (-6)x_0 + 13x_1 + 7x_2 = -6 \\ (-7)x_0 + 13x_1 + 11x_2 = -5 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} (-1)x_0 + (-1)x_1 + (-4)x_2 = -7 \\ (-1)x_0 + 5x_1 + 12x_2 = 3 \\ 15x_0 + (-6)x_1 + 9x_2 = 0 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 6x_1 + (-1)x_2 = 14 \\ (-4)x_0 + (-10)x_1 + (-5)x_2 = -2 \\ (-14)x_0 + (-6)x_1 + 9x_2 = -2 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 7x_0 + 3x_1 + 5x_2 = -4 \\ (-1)x_0 + 10x_1 + (-3)x_2 = -4 \\ (-6)x_0 + (-5)x_1 + (-12)x_2 = -12 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 2x_0 + (-2)x_1 + (-3)x_2 = 8 \\ 15x_0 + 11x_1 + (-2)x_2 = 8 \\ 11x_0 + 4x_1 + 13x_2 = 14 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} (-1)x_0 + 9x_1 + (-1)x_2 = 9 \\ (-9)x_0 + 7x_1 + 4x_2 = 7 \\ (-10)x_0 + (-6)x_1 + (-8)x_2 = -6 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} (-8)x_0 + (-1)x_1 + (-4)x_2 = 1 \\ (-3)x_0 + (-8)x_1 + 15x_2 = 8 \\ (-2)x_0 + (-2)x_1 + (-9)x_2 = 2 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} (-5)x_0 + 10x_1 + 3x_2 = 5 \\ 12x_0 + 8x_1 + 7x_2 = -12 \\ (-3)x_0 + (-15)x_2 = 3 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} (-1)x_0 + 2x_1 + 1x_2 = -11 \\ 2x_0 + 1x_2 = 3 \\ (-1)x_0 + (-9)x_1 + (-7)x_2 = 11 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 5x_0 + (-2)x_1 + (-11)x_2 = -11 \\ 4x_0 + 5x_1 + 11x_2 = 11 \\ (-7)x_0 + 9x_1 + (-14)x_2 = -14 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} (-1)x_0 + (-8)x_1 + (-10)x_2 = 4 \\ 12x_0 + (-12)x_1 + (-7)x_2 = -10 \\ 4x_0 + 4x_1 + 10x_2 = -12 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 6x_0 + (-5)x_1 + (-10)x_2 = -3 \\ (-13)x_0 + (-13)x_1 = -13 \\ 1x_0 + (-6)x_1 + 1x_2 = 10 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 6x_0 + 8x_1 + (-3)x_2 = 3 \\ 3x_0 + 6x_1 + (-3)x_2 = -3 \\ (-7)x_0 + (-9)x_1 + 3x_2 = 10 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} (-15)x_0 + (-8)x_1 + 1x_2 = -12 \\ (-3)x_0 + 4x_1 + 1x_2 = 12 \\ 2x_0 + 13x_1 + (-10)x_2 = -14 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} (-8)x_0 + 14x_1 + (-12)x_2 = 14 \\ (-3)x_0 + (-11)x_1 + 12x_2 = -11 \\ (-9)x_0 + (-4)x_1 + (-15)x_2 = -4 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} (-3)x_0 + (-9)x_1 + 12x_2 = -9 \\ (-3)x_0 + (-7)x_1 + 14x_2 = -5 \\ 6x_0 + 14x_1 + 11x_2 = 10 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} (-5)x_0 + 2x_1 + (-13)x_2 = 9 \\ 3x_0 + (-13)x_1 + 12x_2 = 14 \\ (-1)x_1 + 4x_2 = -2 \end{cases}$$

## 2.2 Матрицы 4\*4

$$1. \begin{cases} (-6)x_0 + (-1)x_1 + 8x_2 + 4x_3 = 6 \\ 10x_0 + (-7)x_1 + 10x_2 + (-2)x_3 = 3 \\ 5x_0 + 5x_1 + (-2)x_2 + 4x_3 = -13 \\ 1x_0 + (-15)x_1 + 2x_2 + (-8)x_3 = 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 4x_0 + 1x_1 + 8x_2 + (-11)x_3 = 14 \\ (-4)x_0 + (-1)x_1 + (-8)x_2 + 6x_3 = 1 \\ (-1)x_0 + 1x_1 + 1x_2 + (-4)x_3 = 1 \\ (-10)x_0 + (-5)x_1 + (-12)x_2 + (-11)x_3 = -14 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 6x_0 + 14x_1 + (-6)x_2 + 6x_3 = 12 \\ 15x_0 + (-7)x_1 + (-15)x_2 + (-1)x_3 = -14 \\ (-2)x_0 + (-4)x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 14 \\ 3x_0 + (-2)x_1 + (-13)x_3 = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} (-10)x_0 + 11x_1 + 6x_2 = -5 \\ (-3)x_0 + 3x_1 + 1x_2 + (-11)x_3 = 0 \\ (-9)x_0 + (-10)x_1 + (-12)x_2 + (-1)x_3 = -12 \\ (-11)x_0 + 4x_1 + (-8)x_2 + (-13)x_3 = 14 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} (-3)x_0 + 13x_1 + (-10)x_2 + 8x_3 = 11 \\ 5x_0 + 15x_1 + 6x_2 + 13x_3 = -13 \\ 3x_0 + (-10)x_1 + (-3)x_2 + 10x_3 = 9 \\ (-3)x_0 + 4x_1 + (-4)x_2 + 1x_3 = 12 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} (-10)x_0 + 8x_1 + 15x_2 + 7x_3 = -4 \\ (-1)x_0 + 5x_1 + 11x_2 + (-6)x_3 = 1 \\ 3x_0 + 12x_1 + 8x_2 + 2x_3 = -1 \\ 5x_0 + (-9)x_1 + 3x_2 + (-5)x_3 = -12 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} (-1)x_0 + (-12)x_1 + 13x_2 + (-3)x_3 = 5 \\ (-7)x_0 + (-10)x_1 + (-11)x_2 + 3x_3 = -11 \\ 11x_0 + 6x_1 + 3x_2 + (-5)x_3 = 9 \\ 3x_0 + (-3)x_1 + 2x_2 + (-1)x_3 = -4 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 12x_0 + (-4)x_1 + 2x_2 + 1x_3 = -6 \\ (-15)x_0 + 13x_1 + 6x_2 + (-7)x_3 = 5 \\ 8x_0 + 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7 \\ (-15)x_0 + (-5)x_1 + 1x_2 + (-6)x_3 = 14 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 8x_0 + 10x_1 + 4x_3 = 12 \\ (-6)x_0 + 4x_1 + 12x_2 + (-12)x_3 = 12 \\ (-15)x_0 + 7x_1 + 12x_2 + (-15)x_3 = -9 \\ 6x_0 + (-8)x_1 + 10x_2 + (-1)x_3 = 9 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 9x_0 + (-2)x_1 + 15x_2 = 8 \\ 2x_0 + 4x_1 + 14x_2 + (-7)x_3 = 4 \\ (-4)x_0 + (-13)x_1 + (-15)x_2 + 3x_3 = 15 \\ 1x_0 + 10x_1 + (-4)x_2 + 1x_3 = -2 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 9x_1 + (-10)x_2 + 3x_3 = 8 \\ 6x_0 + (-11)x_1 + (-3)x_2 + (-2)x_3 = 0 \\ (-4)x_0 + (-8)x_1 + 13x_2 + (-10)x_3 = -1 \\ 8x_0 + (-2)x_1 + (-6)x_2 + 9x_3 = 1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 8x_0 + 6x_1 + 10x_2 + 6x_3 = -8 \\ (-6)x_0 + (-4)x_1 + (-1)x_2 + (-5)x_3 = 5 \\ 2x_0 + (-15)x_1 + 5x_2 + (-7)x_3 = 6 \\ 9x_0 + (-6)x_2 + (-6)x_3 = -15 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 6x_0 + 5x_1 + (-8)x_2 + (-8)x_3 = 8 \\ (-5)x_0 + (-9)x_1 + 1x_2 + 10x_3 = -14 \\ (-13)x_0 + (-14)x_1 + (-4)x_2 + 11x_3 = 4 \\ (-3)x_0 + (-9)x_1 + 14x_2 + (-9)x_3 = -14 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} (-1)x_0 + 11x_1 + (-3)x_2 + (-15)x_3 = 13 \\ (-10)x_0 + 13x_1 + 1x_2 + 1x_3 = -6 \\ 8x_0 + (-10)x_1 + 7x_2 + 15x_3 = -2 \\ 11x_0 + 4x_1 + 13x_2 + (-7)x_3 = -5 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 8x_0 + 8x_1 + (-7)x_2 + 8x_3 = 3 \\ 4x_0 + 12x_1 + (-15)x_2 + 11x_3 = 6 \\ (-14)x_0 + 3x_1 + (-5)x_2 + (-10)x_3 = 15 \\ 4x_0 + 8x_1 + (-7)x_2 + (-12)x_3 = -9 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} (-7)x_0 + 7x_1 + (-13)x_2 + (-2)x_3 = 13 \\ (-7)x_0 + 6x_1 + (-5)x_2 + (-6)x_3 = 5 \\ (-7)x_0 + 2x_1 + (-2)x_2 = -11 \\ 10x_0 + (-2)x_1 + (-10)x_2 + 2x_3 = -10 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 14x_0 + 11x_2 + 7x_3 = -5 \\ (-9)x_0 + (-3)x_1 + (-8)x_2 + 14x_3 = 13 \\ 2x_0 + (-1)x_1 + (-4)x_2 + 6x_3 = -15 \\ (-1)x_0 + (-2)x_1 + (-15)x_2 + (-5)x_3 = 3 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 4x_0 + (-7)x_1 + 1x_2 + (-4)x_3 = -5 \\ (-9)x_0 + 8x_1 + 6x_2 + 12x_3 = 10 \\ 7x_0 + (-6)x_1 + (-15)x_2 + (-1)x_3 = -1 \\ 6x_0 + 15x_1 + (-14)x_2 + (-14)x_3 = 12 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_0 + (-7)x_1 + (-5)x_2 + (-11)x_3 = 6 \\ 1x_0 + (-5)x_1 + (-6)x_2 + 12x_3 = -9 \\ (-1)x_0 + (-2)x_1 + (-3)x_2 + 1x_3 = 7 \\ (-8)x_0 + (-6)x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
20. & \begin{cases} (-12)x_0 + (-1)x_1 + 4x_2 + (-10)x_3 = 6 \\ (-1)x_0 + 9x_1 + (-7)x_2 + (-1)x_3 = -3 \\ (-4)x_0 + 13x_1 + (-4)x_2 + (-6)x_3 = -14 \\ (-10)x_0 + (-2)x_1 + 2x_3 = 14 \end{cases} \\
21. & \begin{cases} (-12)x_0 + 6x_1 + 5x_2 + (-12)x_3 = -11 \\ 12x_0 + (-6)x_1 + (-6)x_2 + 12x_3 = 6 \\ (-4)x_0 + 5x_1 + 15x_2 + 4x_3 = 7 \\ (-3)x_0 + 5x_1 + (-2)x_2 + 8x_3 = 14 \end{cases} \\
22. & \begin{cases} 4x_0 + 6x_1 + (-5)x_2 + 5x_3 = 3 \\ (-9)x_0 + (-4)x_1 + 15x_2 + (-11)x_3 = 1 \\ (-7)x_0 + 2x_1 + 15x_2 + (-13)x_3 = -9 \\ (-11)x_0 + (-8)x_1 + 13x_2 + (-2)x_3 = -13 \end{cases} \\
23. & \begin{cases} 1x_0 + 14x_1 + (-13)x_3 = 13 \\ (-13)x_0 + (-6)x_1 + (-1)x_2 + (-8)x_3 = -2 \\ (-3)x_0 + 13x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 11 \\ 7x_0 + (-15)x_1 + (-6)x_2 + 6x_3 = -6 \end{cases} \\
24. & \begin{cases} 3x_0 + (-8)x_1 + (-8)x_3 = 5 \\ 6x_0 + (-1)x_1 + 4x_2 + (-8)x_3 = 8 \\ 7x_0 + (-15)x_1 + (-6)x_2 + (-12)x_3 = 9 \\ (-3)x_1 + (-13)x_2 + 2x_3 = -15 \end{cases} \\
25. & \begin{cases} (-3)x_0 + 3x_1 + 3x_2 + (-10)x_3 = 2 \\ 10x_0 + 2x_1 + (-9)x_2 + 4x_3 = -14 \\ 10x_0 + 3x_1 + 13x_2 + 10x_3 = -13 \\ (-12)x_0 + (-3)x_1 + (-4)x_2 + (-6)x_3 = 1 \end{cases} \\
26. & \begin{cases} (-1)x_0 + 1x_1 + (-3)x_2 + (-13)x_3 = 3 \\ 15x_0 + 15x_1 + 12x_2 + (-5)x_3 = -7 \\ 7x_0 + (-4)x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -4 \\ (-2)x_0 + (-4)x_1 + (-4)x_2 + (-8)x_3 = -12 \end{cases} \\
27. & \begin{cases} 4x_0 + (-14)x_1 + (-7)x_2 + 7x_3 = 12 \\ 7x_0 + 1x_1 + 6x_2 + 13x_3 = 5 \\ (-8)x_0 + (-8)x_1 + 14x_2 + 7x_3 = 6 \\ (-7)x_0 + (-5)x_1 + 12x_2 + 13x_3 = -13 \end{cases}
\end{aligned}$$

$$28. \begin{cases} (-8)x_0 + 11x_1 + 12x_2 = 14 \\ (-15)x_0 + 3x_1 + (-7)x_2 + (-14)x_3 = 15 \\ 14x_0 + 8x_1 + (-9)x_2 = 6 \\ 6x_0 + 12x_1 + (-2)x_2 + (-10)x_3 = -9 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 1x_0 + 11x_1 + (-8)x_2 + (-3)x_3 = -10 \\ (-4)x_0 + 15x_2 + 4x_3 = -3 \\ 15x_0 + (-4)x_1 + (-2)x_2 + 6x_3 = 3 \\ 3x_0 + (-2)x_1 + (-2)x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} (-3)x_0 + (-8)x_2 + 8x_3 = -14 \\ (-2)x_0 + (-12)x_1 + (-5)x_2 + 11x_3 = 10 \\ 1x_0 + (-6)x_1 + (-13)x_2 = -1 \\ 5x_0 + (-8)x_1 + 14x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

### 3 Тема 3. Матричные уравнения

#### 3.1 Матрицы 2\*2

$$1. \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -1 & -8 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 114 & -87 \\ -69 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -1 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -72 & -746 \\ 58 & 124 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 13 & 12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -4 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 176 \\ 570 & 933 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ -12 & -15 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -320 & 160 \\ -231 & 408 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -8 \\ -15 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1026 & 704 \\ 494 & 704 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 14 & -5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -14 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -959 & 1952 \\ 84 & -48 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 14 & -11 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 13 & 12 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -532 & -463 \\ -39 & 183 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} -1 & 10 \\ -10 & -4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -10 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -869 & -614 \\ 1190 & 828 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} -6 & -9 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1404 \\ 36 & -648 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
10. & \begin{pmatrix} -5 & -13 \\ -11 & -11 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 12 & -13 \\ -9 & -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & -1821 \\ 660 & -715 \end{pmatrix} \\
11. & \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & -13 \\ -10 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1040 & 1298 \\ 400 & -204 \end{pmatrix} \\
12. & \begin{pmatrix} -4 & -11 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -13 & 9 \\ 12 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1783 & -739 \\ -1504 & 800 \end{pmatrix} \\
13. & \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -192 & 354 \\ 63 & 180 \end{pmatrix} \\
14. & \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & -11 \\ -15 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 & 1298 \\ -405 & -270 \end{pmatrix} \\
15. & \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 6 & 13 \\ 2 & -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -84 & -124 \\ 672 & -632 \end{pmatrix} \\
16. & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -129 & -318 \end{pmatrix} \\
17. & \begin{pmatrix} -9 & 3 \\ 4 & -12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 636 & -408 \\ 464 & -352 \end{pmatrix} \\
18. & \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 14 & 12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -11 & -6 \\ 10 & -13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -678 & -702 \\ 1954 & -1038 \end{pmatrix} \\
19. & \begin{pmatrix} -9 & -12 \\ -9 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ -5 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 729 & 1362 \\ -189 & -222 \end{pmatrix} \\
20. & \begin{pmatrix} -8 & -12 \\ 14 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & -13 \\ 12 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1496 & -2904 \\ 658 & -318 \end{pmatrix} \\
21. & \begin{pmatrix} -8 & -1 \\ 8 & -11 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -13 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -637 & -828 \\ -767 & -660 \end{pmatrix} \\
22. & \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -9 & 8 \\ -10 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 343 & 72 \\ -664 & 72 \end{pmatrix} \\
23. & \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ -9 & -12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 13 & 13 \\ 9 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -230 & 610 \\ 1338 & 3858 \end{pmatrix} \\
24. & \begin{pmatrix} -12 & -5 \\ -10 & -10 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & 12 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 820 & -2220 \\ 1010 & -2340 \end{pmatrix} \\
25. & \begin{pmatrix} 3 & 11 \\ -14 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -12 \\ 10 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 664 & 1979 \\ 0 & -1876 \end{pmatrix} \\
26. & \begin{pmatrix} -2 & -9 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -11 & 13 \\ -7 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1637 & 1760 \\ -903 & 1776 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$27. \begin{pmatrix} 1 & 11 \\ 2 & -12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 13 & -5 \\ -6 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -340 & 920 \\ 1020 & -1050 \end{pmatrix}$$

$$28. \begin{pmatrix} -8 & 9 \\ 7 & -12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -10 & 13 \\ 6 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -714 & 911 \\ 798 & -1024 \end{pmatrix}$$

$$29. \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -13 & 13 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 13 & 12 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -169 & -99 \\ -2197 & -1820 \end{pmatrix}$$

$$30. \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ -11 & 12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -11 & -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1359 & -1329 \\ 2163 & 2916 \end{pmatrix}$$

### 3.2 Матрицы 3\*3

$$1. \begin{pmatrix} 12 & 5 & 6 \\ -13 & 2 & 5 \\ 1 & 8 & -9 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & 10 \\ -9 & -6 & -11 \\ 12 & 1 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1314 & 267 & -428 \\ 2472 & 89 & 718 \\ -1716 & 409 & 522 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 3 & 0 & -15 \\ 0 & 14 & 9 \\ -5 & 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -10 & 8 \\ -4 & 11 & 2 \\ -6 & -15 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -672 & -6819 & 3894 \\ 406 & -95 & -174 \\ 40 & -947 & 422 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} -14 & 3 & -6 \\ 10 & 0 & 11 \\ -5 & -10 & -10 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -9 & -14 & 4 \\ 6 & -2 & -9 \\ 10 & 11 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 505 & -1150 & -1466 \\ 251 & 546 & 735 \\ -270 & 905 & 1760 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & -7 & -1 \\ -4 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 11 & -9 & -2 \\ 1 & -14 & -14 \\ 0 & -4 & -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -588 & 1843 & 1766 \\ 2302 & -5139 & -4369 \\ 260 & -794 & -255 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} -4 & 4 & 4 \\ 6 & 7 & -12 \\ -2 & 3 & 12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 13 & 1 \\ -1 & -8 & 2 \\ -2 & 14 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -92 & -688 & 72 \\ -57 & -3411 & 1129 \\ 211 & 737 & 173 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} -10 & 4 & 12 \\ -6 & 2 & -6 \\ -8 & 10 & -7 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 14 & 8 & 4 \\ 1 & 12 & 8 \\ 13 & -9 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1172 & -544 & -432 \\ -506 & 1108 & 948 \\ -193 & 244 & 340 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} -11 & 10 & -11 \\ -3 & -13 & 14 \\ 10 & 11 & 8 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -12 & 0 & -2 \\ 11 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3035 & -402 & -133 \\ -2674 & 275 & 251 \\ -1125 & 229 & 306 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 4 & -9 & -4 \\ 14 & 5 & -3 \\ -9 & -12 & -14 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -11 & 4 & 1 \\ -15 & -2 & 1 \\ -2 & -3 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -970 & 103 & 817 \\ 1522 & 684 & -182 \\ -5190 & -159 & -811 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} -11 & -15 & 0 \\ 1 & -15 & 9 \\ 11 & 7 & -12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -6 & -9 & -1 \\ -12 & 0 & 8 \\ -3 & 9 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3486 & 4824 & -2644 \\ 4170 & 3177 & -1783 \\ -3654 & -3204 & 392 \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned}
10. & \begin{pmatrix} -3 & 14 & 3 \\ -4 & 6 & 6 \\ -10 & 12 & -10 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 6 & -11 & 6 \\ -11 & 10 & -13 \\ 14 & -11 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2115 & -2833 & 3330 \\ 1126 & -1328 & 1012 \\ -210 & -2154 & 6176 \end{pmatrix} \\
11. & \begin{pmatrix} -10 & -1 & -10 \\ 14 & 10 & 0 \\ -13 & -15 & -11 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 & -11 \\ 8 & 8 & -8 \\ -6 & -13 & -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1419 & -376 & 2719 \\ 1020 & -1262 & -4546 \\ -3066 & -1680 & 4002 \end{pmatrix} \\
12. & \begin{pmatrix} -11 & -12 & -9 \\ -4 & 8 & -8 \\ -8 & 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 8 & -15 & 9 \\ 7 & -14 & 2 \\ -2 & 10 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 939 & -2843 & -249 \\ 2540 & -5984 & 1160 \\ 2220 & -5322 & 984 \end{pmatrix} \\
13. & \begin{pmatrix} 8 & -5 & -2 \\ -15 & -1 & 7 \\ 12 & 12 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 & 14 \\ -1 & 10 & 1 \\ -2 & 4 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 103 & 198 & 2321 \\ -818 & 1339 & -6149 \\ 553 & -2339 & 2796 \end{pmatrix} \\
14. & \begin{pmatrix} -5 & 10 & -7 \\ -6 & 10 & 8 \\ 10 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -6 & 3 & 8 \\ 3 & 6 & -15 \\ 14 & -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 409 & 1418 & -3224 \\ 2736 & -738 & -1812 \\ -758 & 209 & 1168 \end{pmatrix} \\
15. & \begin{pmatrix} -8 & -8 & 4 \\ -3 & -7 & -5 \\ -15 & 0 & 7 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -6 & -14 & -2 \\ 3 & -15 & -2 \\ 10 & 13 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -240 & 1696 & 128 \\ 1043 & 1176 & 336 \\ -470 & 4140 & 354 \end{pmatrix} \\
16. & \begin{pmatrix} -7 & 12 & 11 \\ -7 & -1 & -8 \\ 3 & 9 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -11 \\ 13 & 10 & 1 \\ -3 & -8 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4069 & 3354 & 1055 \\ 68 & 472 & 717 \\ 510 & -90 & -1095 \end{pmatrix} \\
17. & \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ -6 & 1 & -2 \\ 1 & 8 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & -15 & 5 \\ -5 & 2 & -7 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 858 & -150 & 1092 \\ -271 & 650 & -690 \\ 1007 & 671 & 798 \end{pmatrix} \\
18. & \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 \\ -10 & 12 & -4 \\ -11 & -14 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -13 & -8 & 3 \\ -11 & -12 & 2 \\ 7 & 8 & -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1129 & 1056 & -127 \\ -3050 & -2760 & 668 \\ 3464 & 2068 & 309 \end{pmatrix} \\
19. & \begin{pmatrix} 8 & -12 & 4 \\ -1 & 13 & 9 \\ 12 & -7 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 9 & 10 \\ 14 & -8 & 13 \\ -2 & -15 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1508 & -3328 & 168 \\ -395 & 1459 & 460 \\ -274 & -2893 & -2079 \end{pmatrix} \\
20. & \begin{pmatrix} -6 & -13 & 0 \\ 6 & 3 & 6 \\ -5 & -9 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 7 & 7 \\ -7 & -12 & 6 \\ -13 & 9 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1602 & 739 & -466 \\ 102 & 441 & -1422 \\ 1469 & 353 & -811 \end{pmatrix} \\
21. & \begin{pmatrix} -9 & 5 & -5 \\ 12 & 9 & -2 \\ -13 & 2 & -9 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -6 & -5 & -8 \\ 2 & 10 & -14 \\ 7 & -2 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 666 & 347 & 1560 \\ 359 & -926 & 801 \\ 467 & 1351 & 187 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
22. & \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -6 & 12 & -5 \\ 11 & -6 & 11 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -10 & -8 & -3 \\ -3 & 7 & 5 \\ -9 & 4 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 & 330 & 119 \\ 2587 & 862 & 1658 \\ -3391 & -2129 & -2525 \end{pmatrix} \\
23. & \begin{pmatrix} -3 & -5 & 3 \\ 14 & -12 & 13 \\ 8 & -2 & -12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & 6 & -8 \\ -14 & -14 & 14 \\ 13 & 13 & -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 415 & 595 & -636 \\ 2129 & 3515 & -4130 \\ -804 & -318 & 156 \end{pmatrix} \\
24. & \begin{pmatrix} 8 & 6 & 2 \\ 2 & -7 & -4 \\ 5 & -5 & -13 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 8 & 5 & -7 \\ -3 & 9 & -15 \\ -4 & -15 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 124 & 1248 & 1506 \\ -928 & -1428 & -1593 \\ -198 & -2877 & -1971 \end{pmatrix} \\
25. & \begin{pmatrix} -6 & 9 & -7 \\ -2 & 3 & 0 \\ 6 & 9 & -13 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 4 & 10 & 0 \\ -5 & -1 & 12 \\ -15 & -5 & 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -66 & -180 & -894 \\ 412 & -46 & -830 \\ -2034 & -1884 & 1458 \end{pmatrix} \\
26. & \begin{pmatrix} -7 & 4 & 5 \\ -12 & 13 & 13 \\ 7 & -12 & 10 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -11 & -13 & 14 \\ -15 & -13 & -3 \\ -3 & 13 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -601 & 39 & 1600 \\ -1042 & 26 & 4711 \\ 1800 & 2444 & 198 \end{pmatrix} \\
27. & \begin{pmatrix} 2 & -8 & -7 \\ 5 & -3 & 9 \\ 7 & 14 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 13 & 6 & -7 \\ -4 & 8 & -6 \\ 3 & 13 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1873 & 270 & -485 \\ -207 & -1435 & 602 \\ 1588 & -527 & 807 \end{pmatrix} \\
28. & \begin{pmatrix} -12 & -13 & -14 \\ 8 & 11 & -2 \\ 0 & 4 & -8 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -15 & -10 & 14 \\ -15 & -11 & -7 \\ -13 & 7 & -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3207 & -2751 & 2905 \\ -407 & 1313 & -3283 \\ -2420 & -436 & -1428 \end{pmatrix} \\
29. & \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 8 & 14 & -4 \\ -6 & 14 & -11 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -6 & 5 & 7 \\ 10 & -14 & -5 \\ -2 & 7 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -218 & -256 & 1093 \\ -2728 & 4258 & 524 \\ 212 & 604 & -1702 \end{pmatrix} \\
30. & \begin{pmatrix} -12 & 0 & -6 \\ -14 & -8 & 3 \\ 2 & 9 & -4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -12 & -2 & -10 \\ 13 & -9 & 4 \\ 1 & 13 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1830 & -2514 & -1032 \\ 327 & -939 & -28 \\ -1221 & -1143 & -401 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

## 4 Тема 4. Нахождение ранга матрицы

### 4.1 Нахождение ранга матрицы методом окаймляющих миноров

$$1. \begin{pmatrix} 14 & 6 & 10 & 13 \\ 16 & 14 & 20 & 12 \\ 8 & 7 & 10 & 6 \\ 10 & 10 & 14 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 7 & 8 & 13 & 0 \\ 8 & 14 & 19 & 4 \\ 20 & 20 & 22 & 4 \\ 15 & 16 & 17 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 15 & 13 & 4 & 13 \\ 22 & 20 & 8 & 18 \\ 16 & 12 & 0 & 16 \\ 16 & 19 & 16 & 8 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 12 & 3 & 1 & 9 \\ 15 & 2 & 3 & 13 \\ 15 & 2 & 3 & 13 \\ 15 & 3 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 3 & 21 & 12 & 5 \\ 3 & 23 & 20 & 7 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 2 & 7 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 20 & 8 & 8 \\ 4 & 6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 0 & 3 & 7 & 8 \\ 0 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 29 & 21 & 26 & 27 \\ 24 & 10 & 22 & 17 \\ 12 & 11 & 14 & 13 \\ 28 & 12 & 24 & 20 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 20 & 16 & 12 & 10 \\ 7 & 5 & 4 & 3 \\ 11 & 7 & 6 & 4 \\ 28 & 20 & 16 & 12 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 13 & 13 & 0 & 8 \\ 8 & 8 & 0 & 16 \\ 14 & 14 & 0 & 16 \\ 6 & 6 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 8 & 6 & 4 & 6 \\ 24 & 18 & 12 & 10 \\ 16 & 12 & 8 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 4 \\ 8 & 13 & 5 & 8 \\ 8 & 10 & 6 & 8 \\ 16 & 12 & 16 & 16 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 2 \\ 4 & 16 & 8 & 12 \\ 3 & 6 & 0 & 6 \\ 1 & 10 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 9 \\ 21 & 6 & 6 & 18 \\ 22 & 8 & 8 & 18 \\ 21 & 6 & 6 & 18 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 9 & 9 & 6 & 12 \\ 13 & 9 & 9 & 15 \\ 28 & 12 & 20 & 28 \\ 7 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 & 8 \\ 12 & 6 & 12 & 3 \\ 20 & 10 & 16 & 17 \\ 16 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 4 \\ 24 & 23 & 15 & 30 \\ 14 & 12 & 8 & 16 \\ 9 & 15 & 9 & 18 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 4 & 1 & 25 & 22 \\ 16 & 4 & 20 & 20 \\ 0 & 0 & 16 & 14 \\ 8 & 2 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 28 & 6 & 16 & 20 \\ 28 & 7 & 24 & 25 \\ 6 & 3 & 12 & 12 \\ 18 & 6 & 18 & 22 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 4 & 2 & 16 & 8 \\ 14 & 19 & 19 & 16 \\ 6 & 9 & 4 & 6 \\ 8 & 13 & 11 & 7 \end{pmatrix}$$

$$21. \begin{pmatrix} 14 & 8 & 6 & 4 \\ 12 & 8 & 4 & 4 \\ 21 & 15 & 3 & 15 \\ 10 & 6 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} 5 & 3 & 14 & 16 \\ 9 & 8 & 20 & 10 \\ 13 & 11 & 30 & 16 \\ 16 & 12 & 40 & 24 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 21 & 10 & 28 & 22 \\ 21 & 10 & 28 & 22 \\ 27 & 13 & 36 & 26 \\ 33 & 14 & 44 & 29 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 6 & 24 & 16 & 8 \\ 15 & 30 & 22 & 11 \\ 3 & 18 & 18 & 9 \\ 6 & 20 & 20 & 10 \end{pmatrix}$$

$$25. \begin{pmatrix} 15 & 9 & 8 & 16 \\ 15 & 9 & 12 & 24 \\ 18 & 9 & 15 & 30 \\ 6 & 6 & 8 & 16 \end{pmatrix}$$

$$26. \begin{pmatrix} 9 & 9 & 5 & 9 \\ 16 & 12 & 8 & 12 \\ 13 & 3 & 5 & 3 \\ 8 & 6 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$27. \begin{pmatrix} 6 & 1 & 10 & 6 \\ 4 & 3 & 16 & 4 \\ 2 & 3 & 14 & 2 \\ 4 & 2 & 12 & 4 \end{pmatrix}$$

$$28. \begin{pmatrix} 9 & 3 & 3 & 3 \\ 18 & 6 & 10 & 6 \\ 24 & 8 & 16 & 8 \\ 15 & 5 & 11 & 5 \end{pmatrix}$$

$$29. \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 & 4 \\ 8 & 2 & 6 & 8 \\ 12 & 6 & 6 & 12 \\ 16 & 8 & 8 & 16 \end{pmatrix}$$

$$30. \begin{pmatrix} 9 & 6 & 10 & 1 \\ 12 & 6 & 16 & 4 \\ 13 & 9 & 14 & 1 \\ 7 & 3 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

## 4.2 Нахождение ранга матрицы методом элементарных преобразований

1. 
$$\begin{pmatrix} 6 & 14 & 6 & 10 \\ 4 & 16 & 14 & 10 \\ 4 & 8 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

2. 
$$\begin{pmatrix} 25 & 11 & 21 & 24 \\ 19 & 5 & 13 & 16 \\ 17 & 7 & 15 & 16 \end{pmatrix}$$

3. 
$$\begin{pmatrix} 22 & 16 & 16 & 6 \\ 4 & 8 & 8 & 4 \\ 12 & 8 & 12 & 4 \end{pmatrix}$$

4. 
$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & 12 & 9 \\ 19 & 12 & 33 & 18 \\ 10 & 10 & 25 & 14 \end{pmatrix}$$

5. 
$$\begin{pmatrix} 18 & 15 & 24 & 0 \\ 20 & 16 & 28 & 0 \\ 20 & 16 & 28 & 4 \end{pmatrix}$$

6. 
$$\begin{pmatrix} 11 & 10 & 9 & 12 \\ 10 & 8 & 10 & 8 \\ 18 & 15 & 17 & 16 \end{pmatrix}$$

7. 
$$\begin{pmatrix} 6 & 12 & 12 & 6 \\ 2 & 4 & 4 & 2 \\ 14 & 20 & 20 & 6 \end{pmatrix}$$

8. 
$$\begin{pmatrix} 14 & 8 & 18 & 12 \\ 12 & 2 & 16 & 20 \\ 15 & 6 & 18 & 18 \end{pmatrix}$$

9. 
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 17 & 19 & 10 & 3 \\ 6 & 12 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

10. 
$$\begin{pmatrix} 4 & 12 & 12 & 16 \\ 7 & 13 & 3 & 11 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

11. 
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 16 & 2 & 2 & 2 \\ 20 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

12. 
$$\begin{pmatrix} 18 & 7 & 1 & 17 \\ 4 & 1 & 0 & 4 \\ 20 & 15 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 30 & 12 & 4 & 19 \\ 11 & 13 & 6 & 13 \\ 28 & 4 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 9 & 15 & 18 & 24 \\ 5 & 6 & 9 & 12 \\ 6 & 10 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 3 & 3 & 12 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 \\ 10 & 13 & 11 & 9 \\ 8 & 10 & 10 & 14 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} 0 & 12 & 12 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 5 \\ 1 & 9 & 10 & 4 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 3 & 12 & 9 & 12 \\ 1 & 16 & 12 & 13 \\ 2 & 16 & 12 & 14 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 28 & 24 & 16 & 16 \\ 19 & 15 & 16 & 4 \\ 17 & 15 & 8 & 12 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 3 & 6 & 12 & 12 \\ 13 & 14 & 10 & 10 \\ 5 & 6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$21. \begin{pmatrix} 12 & 2 & 10 & 14 \\ 5 & 1 & 2 & 7 \\ 9 & 2 & 12 & 10 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} 12 & 0 & 18 & 2 \\ 13 & 12 & 13 & 14 \\ 8 & 0 & 20 & 4 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 12 & 8 & 8 & 11 \\ 3 & 2 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 20 & 17 & 8 & 15 \\ 24 & 12 & 18 & 18 \\ 12 & 9 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$25. \begin{pmatrix} 17 & 10 & 22 & 14 \\ 13 & 10 & 10 & 6 \\ 10 & 8 & 14 & 4 \end{pmatrix}$$

$$26. \begin{pmatrix} 13 & 25 & 11 & 19 \\ 1 & 9 & 3 & 3 \\ 0 & 8 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$27. \begin{pmatrix} 25 & 8 & 11 & 12 \\ 12 & 6 & 6 & 9 \\ 9 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$28. \begin{pmatrix} 6 & 4 & 14 & 1 \\ 10 & 8 & 26 & 3 \\ 2 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$29. \begin{pmatrix} 10 & 4 & 19 & 6 \\ 6 & 1 & 10 & 5 \\ 16 & 10 & 28 & 9 \end{pmatrix}$$

$$30. \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 15 \\ 10 & 8 & 14 & 14 \\ 8 & 11 & 15 & 25 \end{pmatrix}$$